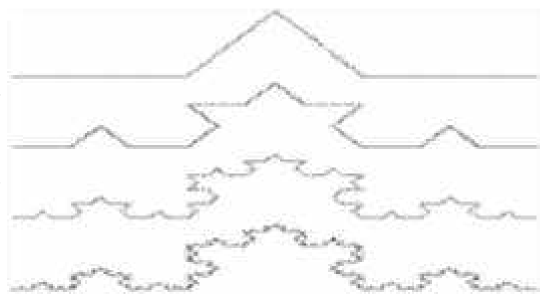
फ्रैक्टल ज्यामिति-एक संक्षिप्त टिप्पणी

मोहम्मद साजिद
कॉलेज ऑफ इंजीनियरिंग, कस्सीम विश्वविद्यालय
बूरैदा, अलकस्सीम, सऊदी अरबिया
msajid@qec.edu.sa, msajidiit@yahoo.com

हम यूक्लीडियन ज्यामिति के बारे में पढ़ते आये हैं लेकिन पिछली शताब्दी (20वीं सदी) के अंत में एक नई ज्यामिति का विकास हुआ। जिसे फ्रैक्टल ज्यामिति कहा जाता है। इस ज्यामिति में बनी आकृति को फ्रैक्टल्स कहते हैं। फ्रैक्टल्स बनाने की कई विधियाँ हैं इनमें से एक विधि इस प्रकार है। किसी आकृति का कोई हिस्सा अलग करें तो वह भी अपनी मूल आकृति के समान होता है। विभिन्न फ्रैक्टल्स निम्नलिखित कुछ उदाहरणों में समझाये गये हैं।

उदाहरण–1

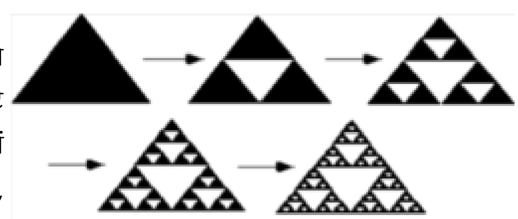
सबसे पहले एक रेखा को लेकर उसके तीन भाग कीजिए। उसके बाद बीच वाले भाग की जगह पर उसी भाग के बराबर कुछ कोण पर दो रेखाएं निरुपित कीजिए जिससे एक नई आकृति मिलती है। यही प्रक्रिया फिर बार–बार प्रत्येक भाग पर दोहराने पर, हमको एक अद्भुत आकृति मिलती है, जिसको **कोच वक्र** (फ्रैक्टल, चित्र–1) कहते हैं।



चित्र–1– कोच वक्र(फ्रैक्टल)

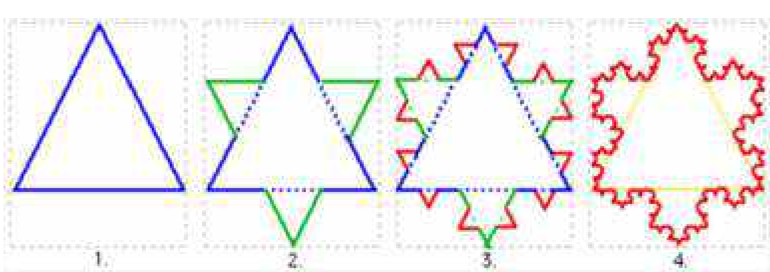
उदाहरण–2

सबसे पहले एक त्रिभुज लेकर उसकी प्रत्येक भुजा के मध्य बिन्दु को उसकी सामने वाली भुजा से मिलाने पर एक नई आकृति प्राप्त होती है। जिसमें छोटे त्रिभुज समान आकार के होते हैं। यही प्रक्रिया फिर बार–बार छोटे–छोटे त्रिभुजों पर दोहराने पर, हमको जो आकृति प्राप्त होती है उसे **कोसीरपिनस्कि त्रिभुज**(फ्रैक्टल, चित्र–2) कहते हैं।



चित्र–2– कोसीरपिनस्कि त्रिभुज(फ्रैक्टल)

उदाहरण–3



चित्र–3– स्नोफ्लेक वक्र

सबसे पहले एक त्रिभुज लेकर उसकी प्रत्येक भुजा के तीन भाग कीजिए। उसके बाद बीच वाले भाग की जगह पर उसी भाग के बराबर कुछ कोण पर दो रेखाएं निरुपित कीजिए जिससे एक नयी आकृति प्राप्त होती है। यही प्रक्रिया पुनः बार–बार दोहराने पर, जो आकृति प्राप्त होती है उसे **स्नोफ्लेक वक्र** (फ्रैक्टल, चित्र–3) कहते हैं।

उदाहरण–3 की इस आकृति से जो फ्रैक्टल प्राप्त होता है इसका सबसे पहले उपयोग शेयर बाजार के उतार–चढ़ाव और इंग्लैंड के समुद्री किनारे की नाप में किया गया। तभी से फ्रैक्टल ज्यामिति की बुनियाद पड़ी । इन उदाहरणों से हमें गणित की खूबसूरती का पता चलता है। फ्रैक्टल को हाथ से बनाना बहुत कठिन होता है क्योंकि हाथ से प्रक्रिया को दोहराने में बहुत अधिक समय लगता है। परन्तु कम्प्यूटर का प्रयोग करके फ्रैक्टल को आसानी से बनाया जा सकता है।

संदर्भ

1. मंडलबरौट, बिनोएट बी0(1982) "द फ्रैक्टल ज्योमैट्री ऑफ नेचर", फ्रीमैन, सैनफ्रांसिस्को।
2. पेटजिन, एच0 ओ0 एवं रिक्टर, पी0 एच0 (1986) "द ब्यूटी ऑफ फ्रैक्टल्स", स्प्रिंगर।
3. पेटजिन, एच0 ओ0; सोप, डी0 एवं जर्जिन्स, एच0 (1992) "कयोस तथा फ्रैक्टल्स", न्यूफ्रंटियर्स ऑफ साइंस, स्प्रिंगर।
4. दीवानी, क्योटे एवं फौसटर (1999) "फ्रैक्टल्स–ए टोलकिट ऑफ डायनामिक्स एक्टिविटीज", की करीकुलम प्रेस।
5. फालकोनर, किन्निथ (2014) "फ्रैक्टल ज्योमैट्री–मैथेमैटिकल फाउंडेशन एण्ड एप्लीकेशन्स", वाइली, तृतीय संस्करण।