अक्ष–सममित स्टोक्स प्रवाह में अनुकूलित घर्षण मान का ओशिन संशोधन

दीपक कुमार श्रीवास्तव[1], निर्मल श्रीवास्तव[1] तथा राजा राम यादव[2]

[1]गणित विभाग
बी0 एस0 एन0 वी0 पी0 जी0 कॉलेज(लखनऊ विश्वविद्यालय, लखनऊ)
स्टेशन रोड, चारबाग, लखनऊ(उ0 प्र0)–226001, भारत
dksflow@hotmail.com, nirmalsri.25@gmail.com

[2]गणित विभाग, लखनऊ विश्वविद्यालय, लखनऊ(उ0 प्र0)–226007, भारत
yadav_rr2@yahoo.co.in

सार

इस शोध पत्र में अक्ष–सममित स्टोक्स प्रवाह में अनुकूलित घर्षण मान का ओशिन संशोधन, अचर आयतन एवं अचर क्षेत्रफल वाली शर्तों के अंतर्गत प्राप्त किया गया है। इसके लिए **दत्ता एवं श्रीवास्तव**(2000) द्वारा पूर्व में प्राप्त अनुकूलित घर्षण के मान तथा तत्पश्चात् अनुकूलित घर्षण मान के ओशिन संशोधन को **ब्रैनर**(1961) के सूत्र द्वारा प्राप्त किया गया है। रेनॉल्डस संख्या 'R' के छोटे मान हेतु घर्षण मान में प्राप्त भिन्नता को विभिन्न लेग्रांज मल्टीप्लायर 'm' के लिए रेखांकन के माध्यम से प्रस्तुत किया गया है। ओशिन घर्षण के कुछ महत्वपूर्ण प्रयोगों को भी उजागर किया गया है।

बीज शब्द: स्टोक्स घर्षण, ओशिन घर्षण, अक्षीय सममित आकृतियां, अनुकूल घर्षण आकृतियां, अक्षीय प्रवाह।

ए0 एम0 एस0 विषय वर्गीकरण : 76डी 07

Oseen's correction in optimum drag in axi-symmetric Stokes flow

Deepak Kumar Srivastava[1], Nirmal Srivastava[1] and Raja Ram Yadav[2]
[1]Department of Mathematics
B.S.N.V. P.G. College(University of Lucknow, Lucknow)
Station Road, Charbagh, Lucknow(U.P.)-226001, India
dksflow@hotmail.com, nirmalsri.25@gmail.com

[2]Department of Mathematics
University of Lucknow, Lucknow(U.P.)-226007, India
yadav_rr2@yahoo.co.in

Abstract

In this research note, optimum drag values for axisymmetric Stokes flow under the constraints of constant volume and constant cross-section area is corrected due to Oseen. For this, optimum values of drag obtained by **Datta and Srivastava**(2000) are utilized for Oseen's correction followed by **Brenner's**(1961) formula. The corresponding variation of Oseen's drag with respect to low Reynolds numbers for various values of Lagranges multiplires 'm' are displayed through graphs. Some important applications are also highlighted.

Key words Stokes drag, Oseen drag, axi-symmetric shapes, optimum drag shapes, axial flow

AMS Subject Classification 76D07

1, प्रस्तावना

दत्ता एवं श्रीवास्तव(2002) द्वारा अक्ष–सममित स्टोक्स प्रवाह में अनुकूलित घर्षण मान अचर आयतन एवं अचर क्षेत्रफल वाली शर्तों के अंतर्गत प्राप्त किया गया है। इस शोध पत्र में अक्षीय सममित आकृति की ज्यामिति पर आधारित **दत्ता एवं श्रीवास्तव**(1999) द्वारा पूर्व में निकाले गये व्यापक घर्षण व्यंजक का प्रयोग किया गया है। इसी का प्रयोग करते हुए बाद में **श्रीवास्तव**(2007) द्वारा अचर घर्षण की शर्त के अंतर्गत अनुकूलित आयतन आकृतियां प्राप्त की गयीं। इसी कार्य को आगे बढ़ाते हुए **श्रीवास्तव**(2011) द्वारा पुन: अचर घर्षण की शर्त के अंतर्गत अनुकूलित क्षेत्रफल वाली आकृतियां प्राप्त की गयीं। अंतिम दोनों व्युत्क्रम समस्याओं में शोधकर्ता द्वारा यह निष्कर्ष निकाला गया कि इन प्राप्त आकृतियों के आगे तथा पीछे के छोर शंकु के आकार के या नुकीले होंगे जो कि पूर्व में **दत्ता एवं श्रीवास्तव**(2002) द्वारा निकाले गये निष्कर्ष के समान था। इन सभी समस्याओं में अनुकूलन मान की गणना लेग्रांज मल्टीप्लायर '$0 < m \leq 1$' के लिए प्राप्त की गयी है।

वर्तमान शोध लेख में, इन सभी समस्याओं में समान अनुकूलन आकृतियों हेतु इंगित अनुकूलित घर्षण मान को **ओशिन**(1927) के मान तक संशोधित किया गया है। यह अनुकूलित घर्षण मान चांग(1960) के विश्लेषण पर आधारित **ब्रैनर**(1961) के सूत्र की मदद से नेवियर–स्टोक्स समीकरण में गैर–रेखीय(non-linear) पदो ंके प्रभाव को **ओशीन**(1927) के सन्निकट मान के आधार पर अक्ष–सममित शरीर के चारो ओर एकरूप वेग प्रवाह को प्रयोग करके रेखीय बनाते हुए प्राप्त किये गये हैं तथा रेनॉल्डस संख्या 'R' के पदों में संशोधित घर्षण अनुकूलन मान के व्यंजक प्राप्त होते हैं। रेनॉल्डस संख्या 'R' के छोटे मान हेतु , रेनॉल्डस संख्या 'R' के प्रथम घात तक प्राप्त यही घर्षण व्यंजक अक्ष–सममित शरीर के सन्निकट ओशीन समीकरण का हल भी है।

2. विधि

माना, 'L' अक्ष–सममित शरीर की x-अक्ष के अनुदिश एकरूप द्रव वेग 'U' में विशिष्ट लंबाई, ρ द्रव का घनत्व तथा ν काईनामेटिक विस्कॉसिटी है। जब रेनॉल्डस संख्या 'R' का मान छोटा होता है, तब इस अक्षीय सुडौल शरीर के चारों ओर असंपीड्य द्रव की स्थिर गति स्टोक्स समीकरणों(**हैपल व ब्रैनर**, 1964)

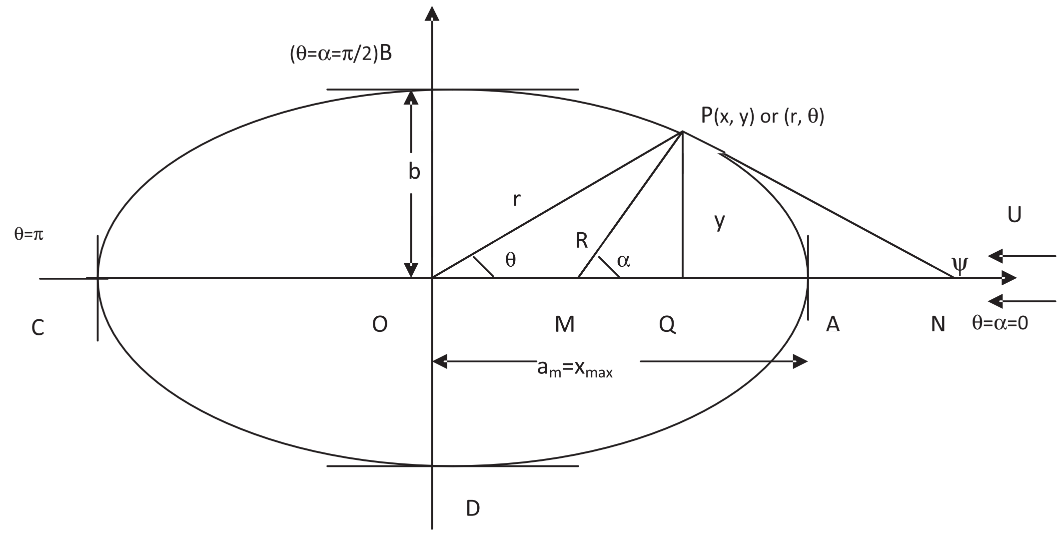
$$\mathbf{0} = -\left(\frac{1}{\rho}\right)\text{grad } p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \ \text{div } \mathbf{u} = 0, \qquad (2.1)$$

से नो–स्लिप सीमा प्रतिबंध के तहत संचालित होती है।

अब यहाँ पर अक्षीय सममित शरीरों की कक्षा को इस प्रकार लेते हैं कि हर शरीर की सतह के प्रत्येक बिंदु पर स्पर्शी सतत् रूप से घूमता है तथा एकरूप द्रव वेग में स्थित है जो कि x–अक्ष के अनुदिश है, तथा अचर त्रिज्या 'b' वाली महत्तम वृत्तीय काट उस शरीर के मध्य में स्थित है। इस प्रकार का अक्ष–सममित शरीर, समतल वक्र(चित्र सं0 1 में दर्शाया गया है) को x–अक्ष के चारो ओर घुमाने से प्राप्त होता है। इसके अतिरिक्त यह अक्षीय शरीर निम्न प्रतिबंधों को भी संतुष्ट करता है–

i. x–अक्ष के, बिंदु A पर, स्पर्शी लम्बवत होनी चाहिए,
ii. y–अक्ष के, बिंदु B पर, स्पर्शी x–अक्ष के समानांतर होनी चाहिए,
iii. अर्ध–अनुप्रस्थ अक्ष की लम्बाई 'b' अचर होनी चाहिए।

वक्र के बिंदु P को कार्तीय निर्देशांक (x,y) या ध्रुवीय निर्देशांक (r,θ) से निरुपित करते हैं, PN तथा PM क्रमश: बिंदु P पर स्पर्शी एवं अभिलंब की लम्बाई को दर्शाते हैं। वक्र के किसी बिंदु पर खींचे गये अभिलंब की उस बिंदु से सममित अक्ष के साथ प्रतिच्छेद बिंदु की दूरी चिन्ह 'R' से तथा α इस अभिलंब द्वारा सममित अक्ष से बनाया गया कोण है जिसका मान 0 से लेकर π तक हो सकता है।



चित्र 1. अक्ष सममित शरीर की संरचना

अक्षीय प्रवाह (Axial flow)

अक्षीय प्रवाह में इस प्रकार की अक्षीय सममित आकार वाले शरीर द्वारा महसूस किया जाने वाला स्टोक्स घर्षण बल **दत्ता एवं श्रीवास्तव**(1999) द्वारा जनित सूत्र

$$F_x = \frac{1}{2}\frac{\lambda b^2}{h_x}, \text{ where } \lambda = 6\pi\mu U \tag{2.2}$$

तथा
$$h_x = \left(\frac{3}{8}\right)\int_0^{\pi} R\sin^3\alpha\, d\alpha. \tag{2.3}$$

द्वारा प्राप्त किया जा सकता है, जहाँ 'x' घर्षण बल की दिशा को x अक्ष की दिशा में दर्शाता है।

ब्रैनर(1961) के सूत्र का प्रयोग करने पर, स्टोक्स घर्षण बल(2.2) का ओशीन संशोधन निम्न प्रकार से व्यापक रूप में लिखा जा सकता है–

$$\frac{F}{F_x} = 1 + \frac{F_x}{16\pi\mu L U}R + O(R^2), \tag{2.4}$$

जहाँ L कण या शरीर की विशिष्ट लम्बाई तथा $R=\rho UL/\mu$ उस कण से सम्बन्धित रेनॉल्डस संख्या है।

स्थिति 1. अनुकूल घर्षण मान; अचर आयतन प्रतिबंध

L=a , लेने पर समीकरण (2.4) को पुन: लिखा जा सकता है:

$$\frac{F}{F_x}-1=\frac{\frac{F_x}{\lambda b}}{\frac{16\,\pi\,\mu\,a\,U}{\lambda b}}R+O(R^2)=\frac{3}{8}\frac{C_m}{Q_1(m)}R+O\left(R^2\right), \tag{2.5}$$

जहाँ

$$C_m=\frac{F_x}{\lambda b}=\frac{8}{3\sqrt{m}}\left[\frac{\pi}{4}+\frac{1}{m}\{E(m)-(1-m)K(m)\}\right]^{-1}, \tag{2.6}$$

तथा

$$Q_1(m)=\frac{V_m}{\frac{4}{3}\pi b^3}=\frac{a}{b}=\frac{3}{\sqrt{m}}\left[\frac{\pi}{4}+\left(\frac{1+m}{3m}\right)E(m)-\left(\frac{1-m}{3m}\right)K(m)\right],\ 0<m\le 1. \tag{2.7}$$

उपरोक्त समीकरण (2.6) एवं (2.7) में दर्शाये गये व्यंजक लेखक(**दत्ता एवं श्रीवास्तव**, 2002) के पूर्व प्रकाशित शोध कार्य से लिखे गये हैं, जहाँ $K(m)$ एवं $E(m)$ क्रमश: प्रथम तथा द्वितीय प्रकार के इलिप्टिक समाकल(इंट्रीग्रल) हैं एवं V_m अक्षीय सममित आकार का आयतन है।

स्थिति 2. अनुकूल घर्षण मान; अचर क्षेत्रफल प्रतिबंध

$L=a$, लेने पर समीकरण (2.4) को पुन: लिखा जा सकता है:

$$\frac{F}{F_x}-1=\frac{\frac{F_x}{\lambda b}}{\frac{16\,\pi\,\mu\,a\,U}{\lambda b}}R+O(R^2)=\frac{3}{8}\frac{C_m}{Q_2(m)}R+O\left(R^2\right), \tag{2.8}$$

जहाँ

$$C_m=\frac{F_x}{\lambda b}=\frac{16}{3b\sqrt{m}}\left[\frac{4}{3}+\frac{1}{2m}\sqrt{1-m}-\frac{(1-2m)}{\sqrt{m}}\sin^{-1}\sqrt{m}\right]^{-1}, \tag{2.9}$$

तथा

$$Q_2(m)=\frac{A_m}{\pi b^2}=\frac{4}{\pi\sqrt{m}}\left[\frac{4}{3}+\frac{1}{\sqrt{m}}\left(1-\frac{1}{4m}\right)\sin^{-1}\sqrt{m}+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2m}\right)\sqrt{1-m}\right],\ 0<m\le 1. \tag{2.10}$$

समीकरण (2.9) एवं (2.10) में दर्शाये गये व्यंजक लेखक(**दत्ता एवं श्रीवास्तव**, 2002) के पूर्व प्रकाशित कार्य से लिखे गये हैं जहाँ A_m अक्षीय सममित आकार का समतलीय क्षेत्रफल है।

3. भौतिक समस्या का सूत्रीकरण(Formulation of the Physical Problem)

माना, 'L' अक्ष–सममित शरीर की x-अक्ष के अनुदिश एकरूप द्रव वेग 'U' में विशिष्ट लंबाई, ρ द्रव का घनत्व तथा ν काईनामेटिक विस्कॉसिटी है। जब रेनॉल्डस संख्या 'R' का मान छोटा होता है, तब इस अक्षीय सुडौल शरीर के चारों ओर असंपीड्य द्रव की स्थिर गति स्टोक्स समीकरणों(**हैपल व ब्रैनर**, 1964)

$$\mathbf{0} = -\left(\frac{1}{\rho}\right)\text{grad } p + \nu\,\nabla^2\mathbf{u}\,,\quad \text{div } \mathbf{u} = 0, \tag{3.1}$$

से नो–स्लिप सीमा प्रतिबंध के तहत संचालित होती है।

उक्त समीकरण (3.1) सम्पूर्ण **नेवियर–स्टोक्स** समीकरण का उस स्थिति में समानीत(reduced) रूप है, जब इस समीकरण के बायीं तरफ स्थित इनर्शिया पद $(\mathbf{u}.\text{grad})\mathbf{u}$ को अक्ष–सममित शरीर के सन्निकट महत्वहीन मानते हुए हटा दिया जाता है। इसी परिवर्तन को **स्टोक्स सन्निकट सिद्धांत** भी कहते हैं। धीमी गति से चलने वाले स्टोक्स द्रव के 'a' त्रिज्या वाले स्थिर गोले के सन्निकट इस स्थिति में प्राप्त हल स्टोक्स नियम(Stokes law),$6\pi\mu Ua$, कहलाता है, जो कि द्रव में गोले से अत्यधिक दूरी पर जाने पर लागू नहीं होता है। धीमी गति से प्रवाहित द्रव में अक्ष–सममित शरीर से अत्यधिक दूरी पर स्टोक्स नियम के लागू न होने को द्रव यांत्रिकी में **व्हाइटहेड का विरोधाभास**(**Whitehead's paradox**) कहा जाता है। सन् 1910 में पहली बार ओशिन ने व्हाइटहेड के इस विरोधाभास का पता लगाया तथा सन् 1927 में इसको दूर करने का तरीका बताया। इस विरोधाभास को दूर करने के लिए ओशिन ने निम्न अतिरिक्त बिंदुओं को उल्लिखित किया।

जब $r/a \to \infty$, तब स्टोक्स नियम($\rho Ua/\mu \to 0$), ओशिन के अनुसार लागू नहीं होगा। ओशिन के अनुसार, अत्यधिक दूरी पर स्थानीय वेग $\mathbf{v}$ तथा एकसमान द्रव वेग U के बीच अत्यन्त सूक्ष्म अंतर होता है। अत: उनके द्वारा यह सुझाया गया कि शरीर से अत्यधिक दूरी पर, जहाँ पर इनर्शिया का ज्यादा प्रभाव रहता है, इनर्शिया पद $(\mathbf{u}.\text{grad})\mathbf{u}$ एक समान रूप से पद $(\mathbf{U}.\text{grad})\mathbf{u}$ के सन्निकट लिखा जा सकता है। तब **नेवियर–स्टोक्स** समीकरण का समानीत रूप होगा:

$$(\mathbf{U}.\text{grad})\mathbf{u} = -\left(\frac{1}{\rho}\right)\text{grad } p + \nu\,\nabla^2\mathbf{u}\,,\ \text{div } \mathbf{u} = 0, \tag{3.2}$$

समीकरण (3.2) को, स्टोक्स समीकरण का ओशीन संशोधित रूप या **ओशिन समीकरण** कहते हैं। स्थिर गोले के बाहर अक्ष–सममित द्रव प्रवाह के लिए ओशिन ने समीकरण (3.2) का सन्निकट हल प्राप्त करते हुए स्टोक्स घर्षण का निम्न संशोधन(**हैपल एवं ब्रैनर**, पृ0 44, समी0 2–6.5, 1964) प्रस्तुत किया।

$$F = 6\,\pi\,\mu\,a\,U\left[1 + \frac{3}{8}N_{Re} + O\left(N_{Re}{}^{2}\right)\right], \tag{3.3}$$

जहाँ $N_{Re} = \rho Ua/\mu$ गोलाकार कण की रेनॉल्ड संख्या है।

अब समीकरण (2.5) व (2.8) का प्रयोग करके पूर्व में **दत्ता एवं श्रीवास्तव**(2002) द्वारा प्राप्त किये गये अनुकूल घर्षण मान का ओशिन संशोधन उल्लिखित दोनों स्थितियों में प्राप्त किया जायेगा। यहाँ लेखक दावा करते हैं कि प्राप्त संशोधन ही रेनॉल्ड संख्या 'R' के पदों में ओशिन समीकरण (3.2) का प्रथम घात तक हल भी होगा।

4. संख्यात्मक समाधान(Numerical Solution)

स्थिति 1(अचर आयतन प्रतिबंध)

C_m (समीकरण 2.6) तथा Q_1(समीकरण 2.7) के संख्यात्मक मानों की सहायता से, लग्रांज मल्टीप्लायर 'm'($0 < m \leq 1$) के विभिन्न मानों हेतु हम समीकरण (2.5) से रेनॉल्ड संख्या R=0.1 to 1.0 के सापेक्ष ओशिन संशोधन F/F_X -1, प्राप्त किये जा सकते हैं। यह संख्यात्मक मान **सारणी 1** में लिखे हुए हैं जिनका रेखन **चित्र 2** में किया गया है।

स्थिति 2(अचर क्षेत्रफल प्रतिबंध)

C_m (समीकरण 2.9) तथा Q_2(समीकरण 2.10) के संख्यात्मक मानों की सहायता से, लग्रांज मल्टीप्लायर 'm'($0 < m \leq 1$) के विभिन्न मानों हेतु हम समीकरण (2.8) से रेनॉल्ड संख्या R=0.1 to 1.0 के सापेक्ष ओशिन संशोधन F/F_X -1, प्राप्त किये जा सकते हैं। यह संख्यात्मक मान **सारणी 2** में लिखे हुए हैं जिनका रेखन **चित्र 3** में किया गया है।

5. संख्यात्मक विवेचना

स्थिति 1(अचर आयतन प्रतिबंध)

सारणी 1 में यह स्पष्ट है कि लग्रांज मल्टीप्लायर 'm'($0 < m \leq 1$) के प्रत्येक मानों हेतु, रेनॉल्ड संख्या के R=0.1 से 1.0 तक बढ़ते हुए मानों के लिए, ओशिन संशोधित स्टोक्स घर्षण बल F/F_x-1 का मान बढ़ता है। सारणी 1 में यह देखना दिलचस्प है कि बायें से दाहिनी ओर बढ़ने पर, लग्रांज मल्टीप्लायर 'm'($0 < m \leq 1$) के बढ़ते हुए मानों हेतु, ओशिन संशोधित स्टोक्स घर्षण बल F/F_x-1 का मान लगभग समान रहता है। समीकरण (2.5) से यह स्पष्ट है कि ओशिन संशोधित स्टोक्स घर्षण बल F/F_x-1 का रेनॉल्ड संख्या के R के साथ सम्बन्ध रेखिक(linear) है, जिसके कारण **चित्र 2** में दर्शाये गये वक्र सरल रेखा रूप में हैं।

स्थिति 2(अचर क्षेत्रफल प्रतिबंध)

सारणी 2 में यह स्पष्ट है कि लग्रांज मल्टीप्लायर 'm'($0 < m \leq 1$) के प्रत्येक मानों हेतु, रेनॉल्ड संख्या के R=0.1 से 1.0 तक बढ़ते हुए मानों के लिए, ओशिन संशोधित स्टोक्स घर्षण बल F/F_x-1 का मान, 0.029 से 0.293 तक(ऊपर से नीचे जाने पर) बढ़ता है। सारणी 2 में यह देखना दिलचस्प है कि बायें से दाहिनी ओर बढ़ने पर, लग्रांज मल्टीप्लायर 'm'($0 < m \leq 1$) के बढ़ते हुए मानों हेतु, प्रत्येक, रेनॉल्ड संख्या R के मान के लिए, ओशिन संशोधित स्टोक्स घर्षण बल F/F_x-1 का मान लगभग एक समान रहता है। समीकरण (2.8) से यह स्पष्ट है कि ओशिन संशोधित स्टोक्स घर्षण बल F/F_x-1 का रेनॉल्ड संख्या के R के साथ सम्बन्ध रेखिक(linear) है, जिसके कारण **चित्र 3** में दर्शाये गये वक्र सरल रेखा रूप में हैं।

सारणी 1

R	ओशिन संशोधन F/F_X -1(अचर आयतन प्रतिबंध)										
	m=0.1	**m=0.2**	**m=0.3**	**m=0.4**	**m=0.5**	**m=0.6**	**m=0.7**	**m=0.8**	**m=0.9**	**m=0.99**	**m=1.0**
0.1	0.01355	0.01348	0.01352	0.01369	0.01343	0.01344	0.01348	0.01345	0.01328	0.01292	0.01330
0.2	0.02711	0.02697	0.02705	0.02739	0.02686	0.02689	0.02697	0.02692	0.02657	0.02585	0.02660
0.3	0.04066	0.04045	0.04058	0.04109	0.04030	0.04034	0.04045	0.04037	0.03986	0.03878	0.02991
0.4	0.05422	0.05394	0.05410	0.05479	0.05374	0.05379	0.05393	0.05383	0.05315	0.05171	0.05321
0.5	0.06778	0.06742	0.06763	0.06848	0.06717	0.06724	0.06741	0.06728	0.06644	0.06464	0.06651
0.6	0.08133	0.08091	0.08116	0.08218	0.08061	0.08068	0.08089	0.08076	0.0797	0.07756	0.07982
0.7	0.09489	0.09439	0.09468	0.09588	0.09404	0.09414	0.09438	0.09420	0.09302	0.09049	0.09312
0.8	0.10844	0.10788	0.10821	0.10958	0.10747	0.10758	0.10786	0.10766	0.1063	0.10342	0.10642
0.9	0.12200	0.12137	0.12174	0.12328	0.12091	0.12103	0.12134	0.12111	0.11959	0.11635	0.11973
1.0	0.13555	0.13485	0.13527	0.13697	0.13434	0.13448	0.13483	0.13457	0.13288	0.12928	0.13303

सारणी 2

R	ओशिन संशोधन F/F_X -1(अचर क्षेत्रफल प्रतिबंध)									
	m=0.1	m=0.2	m=0.3	m=0.4	m=0.5	m=0.6	m=0.7	m=0.8	m=0.9	m=1.0
0.1	0.02929	0.02946	0.02962	0.02971	0.02971	0.02969	0.029711	0.04743	0.03060	0.02938
0.2	0.05859	0.05892	0.059236	0.059428	0.05942	0.05939	0.05942	0.09486	0.06120	0.05877
0.3	0.08789	0.08838	0.08885	0.08914	0.08913	0.08909	0.08913	0.14229	0.09180	0.08816
0.4	0.11719	0.11784	0.11847	0.11885	0.11884	0.11879	0.11884	0.18972	0.12240	0.11755
0.5	0.14649	0.14730	0.14809	0.14857	0.14855	0.14849	0.14856	0.23715	0.15301	0.14694
0.6	0.17579	0.17676	0.17770	0.17828	0.17826	0.17819	0.17826	0.28458	0.18360	0.17633
0.7	0.20509	0.20622	0.20732	0.20800	0.20796	0.20789	0.20798	0.33201	0.21420	0.20572
0.8	0.23439	0.23568	0.23694	0.23771	0.23768	0.23758	0.23769	0.37944	0.24480	0.23511
0.9	0.2636	0.265146	0.26656	0.26743	0.26739	0.267287	0.26740	0.42687	0.27541	0.26449
1.0	0.29299	0.29461	0.29618	0.29714	0.29711	0.29698	0.29711	0.47430	0.30601	0.29388

6. निष्कर्ष

इस शोध आलेख में द्रव प्रवाह में अक्षीय–सममित कण या शरीर द्वारा महसूस किये जाने वाले घर्षण बल के अनुकूलन मान हेतु ओशिन संशोधन का व्यंजक प्राप्त करते हुए उनके संख्यात्मक मान, अचर आयतन व अचर क्षेत्रफल वाले प्रतिबंध के अंतर्गत, निकालकर सारणी 1 व 2 में प्रकट किये गये हैं। यह सभी ओशिन संशोधित घर्षण मान उन्हीं आकृतियों के लिए मान्य हैं जो लेखक द्वारा पूर्व के शोध कार्य(**दत्ता एवं श्रीवास्तव**, 2002) में प्राप्त की गयी थीं जिनमें कण के आगे तथा पीछे के भाग शंकुनुमा आकार के या नुकीले होते हैं अर्थात् लेंस नुमा आकार की आकृति। लेखक के अनुसार यही लेंस नुमा आकृति ओशिन प्रवाह में भी अनुकूल घर्षण आकृति हैं। प्रस्तुत आलेख में प्रयुक्त विधि अक्ष–सममित अनुप्रस्थ(transverse flow) ओशिन प्रवाह में अनुकूलन आकृतियों हेतु घर्षण मान प्राप्त किये जा सकते हैं जिसे लेखक द्वारा अपने भविष्य में प्रस्तुत कार्य में वर्णित किया जायेगा। प्रयुक्त विश्लेषण नौसेना अभियांत्रिकी में पानी के भीतर छोड़े जाने वाले प्रक्षेपास्त्रों के आकार तथा जीवविज्ञान में द्रव में धीमी गति से चलने वाले सूक्ष्मजीवों के आकार का पता लगाया जा सकता है तथा उनके द्वारा महसूस किये जाने वाले घर्षण का संख्यात्मक मान भी प्राप्त किये जा सकते हैं।

संदर्भ

ब्रेनर, एच0(1961) द ओशिन रेजिस्टेंस ऑफ ए पार्टिकल ऑफ आर्बिटररी शेप, जर्नल ऑफ फ्ल्यूड मिकैनिक्स, खण्ड 11, मु0 पृ0 604–610।

चांग, आई0 डी0(1960) स्टोक्स फ्लो ऑफ ए कंडक्टिंग फ्ल्यूड पास्ट एन एक्सियली सिम्मेट्रिक बॉडी इन द प्रेजेंस ऑफ ए मैगनेटिक फील्ड, जर्नल ऑफ फ्ल्यूड मिकैनिक्स, खण्ड 09, अंक 3, मु0 पृ0 473–477।

दत्ता, एस0 तथा श्रीवास्तव, डी0 के0(1999) स्टोक्स ड्रैग ऑन एक्सियली सिम्मेट्रिक बॉडीज: ए न्यू एप्रोच, प्रोसी0 इंडियन एकेड0 साइंस(मैथ0 साइंस), खण्ड 109, अंक 4, मु0 पृ0 441–452।

दत्ता, एस0 तथा श्रीवास्तव, डी0 के0(2002) ऑप्टिमम ड्रैग प्रोफाइल इन एक्सी–सिम्मेट्रिक स्टोक्स फ्लो, इंडियन जर्नल ऑफ प्योर एण्ड एप्लाइड मैथमेटिक्स, खण्ड 33, अंक 3, मु0 पृ0 409–426।

फंग, युआन–चेंग(1997) बायोमिकेनिक्स: सर्कुलेशन,, स्प्रिंगर–वरलैग, द्वितीय संस्करण, न्यूयॉर्क।

हैपल, जे0 एण्ड ब्रैनर, एच0(1964) लो रेनॉल्ड नम्बर हाइड्रोडायनामिक्स, निजहॉफ, डोरड्रेच, द नीदरलैण्डस।

ओशिन, सी0 डब्ल्यू(1927) हाइड्रोडायनामिक्स(जर्मन भाषा), लीप्जिग:एकेडेमिक वर्लाग।

श्रीवास्तव, डी0 के0(2007) ऑप्टिमम वॉल्यूम प्रोफाइल इन एक्सी–सिम्मेट्रिक स्टोक्स फ्लो, मिकेनिका, खण्ड 42, अंक 3, मु0 पृ0 239–245।

श्रीवास्तव, डी0 के0(2011) ऑप्टिमम क्रॉस–सेक्शन प्रोफाइल इन एक्सी–सिम्मेट्रिक स्टोक्स फ्लो, जर्नल ऑफ फ्ल्यूड इंजीनियरिंग–ट्रांजेक्शन ऑफ द ए0एस0एम0ई0, खण्ड 133, अंक 10, पृ0 101202(6 मु0 पृ0)।

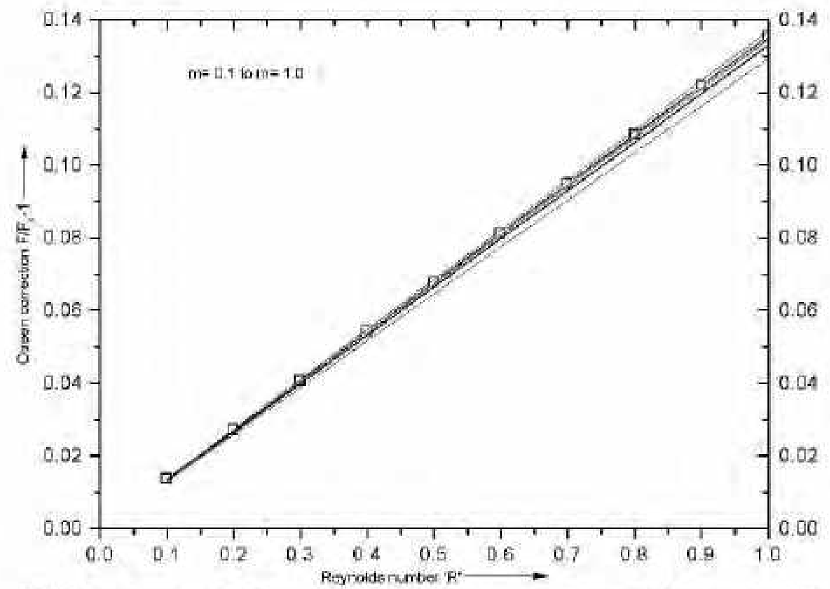


Fig. 2 Variation of Oseen correction with respect to Reynolds number R for various values of parameter 'm' (constant volume restriction)

चित्र 2. अचर आयतन स्थिति में रेनॉल्ड्स संख्या R तथा लेग्रांज मल्टीप्लायर m के सापेक्ष ओशीन संशोधन में परिवर्तन

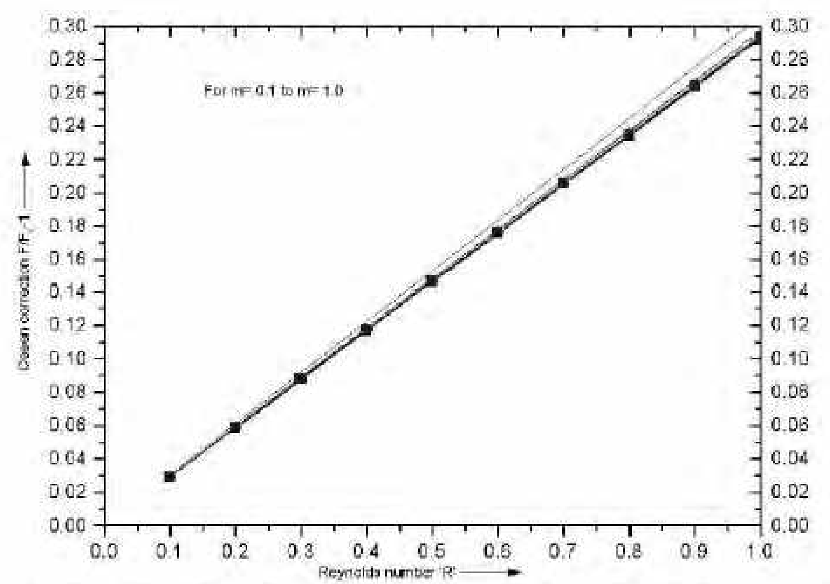


Fig. 3 Variation of Oseen correction with respect to Reynolds number 'R' for various value of parameter 'm' (constant cross- section area)

चित्र 3. अचर क्षेत्रफल स्थिति में रेनॉल्ड्स संख्या R तथा लेग्रांज मल्टीप्लायर m के सापेक्ष ओशीन संशोधन में परिवर्तन